

## कुशाग्र विलक्षण मेधा – श्रीनिवास आयंगर रामानुजन्

के० के० बाजपेयी<sup>१</sup> एवं दिव्यांश बाजपेयी<sup>२</sup>

<sup>१</sup>अध्यक्ष, गणित विभाग

बी० एस० एन० वी० पी० जी० कॉलेज, लखनऊ(उ०प्र०)–226001, भारत

<sup>२</sup>कम्प्यूटर इंजीनियर

kkbajpai.hodm@gmail.com, divy.ansh01@gmail.com



1887–1920

### सार

विलक्षण कुशाग्र मेधा के धनी महान गणितज्ञ श्रीनिवास आयंगर रामानुजन्(1887–2012) की 125 वीं जयन्ती को यादगार बनाने के लिए सन् 2012 को राष्ट्रीय गणित वर्ष एवं रामानुजन् की जन्मतिथि 22 दिसम्बर को राष्ट्रीय गणित दिवस घोषित कर प्रधानमंत्री डॉ० मनमोहन सिंह ने राष्ट्र की ओर से मरणोपरान्त रामानुजन् को श्रद्धांजलि अर्पित की। उन्नीसवीं शताब्दी में गणित विषय पर उनके किये गये शोध को हम निम्न विश्लेषण के द्वारा समझने का प्रयास करेंगे, जिसका प्रमाण उनके द्वारा लिखित पांडुलिपियों में पाया जाता है, जिसका लोहा दुनिया के महान गणितज्ञों प्रो० हार्डी, प्रो० गिल्वर्ट एवं प्रो० नेविले आदि ने माना।

मद्रास के इरोड में श्रीनिवास आयंगर एवं श्रीमती कोमल अथाम्मल के घर 22 दिसम्बर 1887 को महान गणितज्ञ श्रीनिवास आयंगर रामानुजन् का जन्म हुआ था। वह अपने छात्र जीवन में ही विलक्षण कुशाग्र मेधा के धनी थे, इस बात का प्रमाण उनके स्कूल–कॉलेज के दिनों में समय–समय पर मिलता रहा, उन्होंने अपनी छोटी उम्र में ही अध्ययन के दौरान कुछ ऐसे अनापेक्षित प्रश्नों को हल किया जिससे उनके सम्पर्क में रहने वाले शिक्षक हतप्रभ रहते थे। अपने अध्ययन के चौथे स्तर पर उनसे वरिष्ठ एक छात्र ने समीकरण  $x+y=7$ ,  $x+y=11$  का हल पूछा, उन्होंने अपनी कुशाग्र बुद्धि का परिचय देते हुए इतनी सरलता से हल  $x=11$ ,  $y=-4$  तथा  $x=9$ ,  $y=2$  बता दिया जो उस स्तर पर अध्ययन कर रहे छात्र से अपेक्षित नहीं था। वह वरिष्ठ छात्र छठे स्तर पर अध्ययनरत था, जो बाद में नैरोल का कलेक्टर बना। रामानुजन् अध्ययन के साथ ही साथ छात्रों को पढ़ाते भी थे, उन्हीं के एक छात्र ने शून्य से शून्य का भागफल पूछा तब शीघ्र ही उन्होंने अगणनीय या कुछ भी कहा क्योंकि उनके हिसाब से अंश या हर में कोई शून्य हो सकते हैं। उनके शिक्षकों को उनकी योग्यता पर असीम विश्वास था। सन् 1903 में इन्होंने लोनी की त्रिकोणमितीय भाग–2 पूरी हल की थी, साथ ही कुम्बकोनम राजकीय कॉलेज के अपने मित्र से उन्होंने जी० एस० कैरी की किताब प्राप्त कर ली, जिसमें ज्यामिति, बीजगणित, त्रिकोणमिति, अवकल इत्यादि विषयों के 6000 सूत्र बिना सिद्ध किये हुए दिये थे, रामानुजन् ने अपनी विलक्षण प्रतिभा के बल पर उन सभी को हल कर सिद्ध कर दिया, यह गणित विषय पर दुनिया को बहुमूल्य योगदान था।

1904 में उन्होंने मैट्रिक परीक्षा प्रथम श्रेणी में उत्तीर्ण की तथा सुब्राह्मणयम् छात्रवृत्ति भी प्राप्त की। तदुपरान्त कुम्बकोनम के राजकीय कॉलेज में अंग्रेजी, गणित, संस्कृत, इतिहास एवं मनोविज्ञान विषय लेकर पढ़ना प्रारम्भ किया तथा गणित विषय पर ज्यादा ध्यान देने की वजह से वे अन्य विषयों को जमकर नहीं पढ़ पाये, फलस्वरूप एफ० ए०(मैट्रिक के आगे) की परीक्षा, सन् 1905, में जब वे फेल हो गये, तब उन्हें कॉलेज छोड़ना पड़ा तथा 1906 में पचिमप्पास कॉलेज, मद्रास में प्रवेश लेना पड़ा, उस कॉलेज के प्रधानाचार्य जे० ए० यातिश ने रामानुजन् में योग्यता देखकर उनको छात्रवृत्ति प्रदान की, रामानुजन् ने यहां अधिक परिश्रम कर गणित विषय का अध्ययन शुरू कर दिया, परन्तु कुछ माह उपरान्त उनका स्वास्थ्य धीरे–धीरे खराब होने लगा तथा स्वास्थ्य अधिक खराब होने के कारण उन्हें अपना अध्ययन छोड़कर कुम्बकोनम् जाना पड़ा। उन्होंने अपने पिता की सलाह पर सन् 1907 में व्यक्तिगत छात्र की तरह एफ० ए०(मैट्रिक के आगे) में दाखिला लिया। अन्ततः वे मैट्रिक के आगे की परीक्षा उत्तीर्ण नहीं कर सके, यहाँ यह उल्लेख करना आवश्यक है कि उनका छात्र जीवन अन्त प्रायः प्रतीत होने लगा, यह उनके लिए मुश्किल समय था। इस वजह से वे अपने लक्ष्य में भ्रमित होने लगे थे ऐसा प्रो० जी० एच० हार्डी ने भी स्वीकारा। आर्थिक तंगी एवं अस्वस्थता के बावजूद रामानुजन् कैरी के गणितीय कार्य संक्षेपण से प्रभावित होकर, अपने द्वारा किये गये गणितीय शोध को कलम बंद कर पांडुलिपियों के रूप में एकत्रित करने लगे, जिसमें मुख्यतः जावई वर्ग, वितत भिन्न, अभिसारी, अपसारी श्रृंखला पर कार्य करते हुए नवीन परिणामों को संग्रहित करते हुए तीन पांडुलिपियां 33, 212 एवं 352 पृष्ठों की क्रमशः कलम बंद कर डाली। यह सारी पांडुलिपियां सन् 1957 में मद्रास विश्वविद्यालय, मौलिक शोध के संस्थान टाण एवं दोराबजी ट्रस्ट ने प्रकाशित की, जिसका प्रमाण विश्व गणितीय धरोहर के रूप में आज भी मौजूद है।

इस दौरान सन् 1909 में 22 वर्ष की उम्र में उनका विवाह करूर में जानकी के साथ हुआ, विवाह उपरान्त वह अपनी पारिवारिक जिम्मेदारियों के निर्वहन हेतु नौकरी की तलाश में लग गये, उन्होंने कुम्बकोनम में विद्यार्थियों को शिक्षा देने का कार्य शुरू किया साथ ही मद्रास में गणित विषय की शिक्षा देने

का कार्य भी शुरू कर दिया, यहाँ से उनकी मेधा का परिचय लोगों को होने लगा, कुम्बकोनम में शिक्षण कार्य करते हुए उनकी मुलाकात भारतीय गणित संस्थान के संस्थापक प्रो० वी० रामास्वामी अय्यर से हुई, उन्होंने रामानुजन् की पांडुलिपियों को देख उनका सम्पूर्ण अध्ययन किया, जिसमें रामानुजन् के द्वारा हल किये गये सूत्रों एवं प्रमेयों में उनकी मेधा के दर्शन हुए। प्रो० रामास्वामी ने साधारण लेखा कार्यालय में बाबू की नौकरी के लिए प्रो० वी० वी० सेशू से सिफारिश की, रामानुजन् को नौकरी तो मिल गई पर कुछ दिनों पश्चात् वह नौकरी उन्होंने छोड़ दी। तत्पश्चात् उन्होंने पोर्ट ट्रस्ट मद्रास में रिक्त पद पर आवेदन किया, जिसके लिए प्रो० रामास्वामी ने नैरोल के कलेक्टर रामचंद्रन को पत्र लिखा, अन्ततः 30 रुपये प्रति मास के वेतन पर वह नौकरी रामानुजन् को मिल गई। रामानुजन् का मन—मस्तिष्क तो ज्ञान—विज्ञान में रचा बसा था, जिससे यह नौकरी भी उन्हें रास नहीं आई। यह समय उनके जीवन का मुश्किल भरा था, यह क्रम अगले कुछ वर्ष चलता रहा जिससे रामानुजन् पूरी तरह से टूट चुके थे, लेकिन अपनी मेधा के परचम के लिए उन्होंने अपना प्रयास जारी रखा।

तीन वर्ष उपरान्त सन् 1912 में उनके जीवन में महत्वपूर्ण मोड़ आया, जिसमें उनके ज्ञान—विज्ञान एवं गणतीय मेधा को सराहना एवं पहचान मिली, जिसके लिये वे प्रयत्नशील रहते थे। चूंकि वे मद्रास पोर्ट ट्रस्ट में कार्य कर चुके थे, इस वजह से ट्रस्ट के चेयरमैन सर फ्रांसिस को रामानुजन् की गणतीय शोध एवं मेधा को दुनिया के नामचीन लोगों के सामने लाने का श्रेय जाता है तथा साथ ही उन्होंने रामानुजन् का हौसला बढ़ाया एवं गणतीय शोध के लिए उत्साहित किया। सर फ्रांसिस ने उस समय के नामचीन गणतीय विद्वान डॉ० गिलवर्ट, टी० वाल्कर को रामानुजन् की पांडुलिपियों का अध्ययन कर उनकी मेधा एवं दक्षता को परखने के लिए कहा, कहते हैं यही से रामानुजन् की मेधा परवान चढ़ना शुरू हुई एवं गणित विषय के कई प्रसिद्ध विद्वानों ने उनकी मेधा का लोहा मानना शुरू कर दिया। रामानुजन् के जीवन संदर्भ को सी० पी० स्नो ने इन वाक्यों में व्यक्त किया “एक प्रेरणा दायक कहानी, जो सभी पर ज्ञान की बौछार करती है”। त्रिनिटी कॉलेज, केंब्रिज के डॉ० वाल्कर ने रामानुजन् के शोध कार्य की गुणवत्ता को पहचाना तथा मद्रास विश्वविद्यालय के कुलसचिव फ्रांसिस ड्यूसबर को पत्र लिखा, तदोपरान्त मद्रास के गवर्नर ने मद्रास विश्वविद्यालय में रामानुजन् को 75 रुपये प्रतिमाह की शोध छात्रवृत्ति दो वर्षों के लिए प्रदान की। यहाँ से रामानुजन् की मेधा का प्रचार—प्रसार सात—समुन्द्र पार पहुंचना शुरू हुआ, फलस्वरूप डॉ० वाल्कर ने केंब्रिज के प्रो० जी० एच० हार्डी से रामानुजन् की शोध दक्षता की प्रमाणिकता पर गहन विचार—विमर्श किया, तब 1911 में रामानुजन् का बरनौली संख्याओं नामक लेख “भारतीय गणित संस्थान की शोध पत्रिका” में प्रकाशित हुआ साथ ही सन् 1912 की शोध पत्रिका में दो और लेख प्रकाशित हुए। इन प्रकाशित लेखों से प्रो० सी० एल० टी ग्रिपथ, मद्रास इंजीनियरिंग कॉलेज, अत्यधिक प्रभावित हुए तथा सर फ्रांसिस स्पिंग से रामानुजन् के गणतीय शोध को उच्च कोटि का एवं उन्हें विलक्षण गणितज्ञ बताया। प्रो० ग्रिपथ ने रामानुजन् के गणतीय शोध को परखने के लिए उस समय के प्रमुख गणितज्ञों के पास भी भेजा।

इस बीच रामानुजन् ने भारतीय गणित संस्थान में उपलब्ध विदेशी शोध पत्रिकाओं का जमकर अध्ययन किया। अध्ययन के दौरान उन्होंने प्रो० हार्डी के द्वारा छोड़े गये कई जटिल बिंदुओं का पता चला, जिससे वे अत्यन्त प्रभावित हुए क्योंकि स्वयं रामानुजन् ने उन जटिल गणतीय प्रश्नों का हल पहले कर दिया था। रामानुजन् काफी खुश हुए थे, उन्होंने प्रो० हार्डी को एक पत्र लिखा जिसमें उन्होंने उनके द्वारा उठाये गये जटिल 120 सूत्रों एवं प्रमेयों के समाधान के शोध पत्र भी भेजे। प्रो० हार्डी ने एक दिन जनवरी 1913 में जलपान की मेज पर उस समय रामानुजन् के उस पत्र का लिफाफा देखा जिसमें उन्होंने पत्र के साथ उन 120 सूत्रों एवं प्रमेयों का संपूर्ण हल अपनी पांडुलिपियों के संग्रह से भेजी थी। प्रो० हार्डी को पहले तो यह किसी धोखेबाज व्यक्ति का पत्र लगा, परन्तु कौतूहल वश उन्होंने वह लिफाफा खोलकर देखा पर उन्हें विश्वास नहीं हुआ, उन्हें लगा यह सब करने वाला कोई धोखेबाज हो सकता है, परन्तु उनका मन—मस्तिष्क यह मानने के लिए बिलकुल तैयार नहीं था, फिर भी उसी दिन डिनर के बाद प्रो० हार्डी अपने मित्र प्रो० जे० ई० लिटिलवुड के पास गये तथा रामानुजन् के द्वारा भेजे गये गणतीय शोध कार्य पर चर्चा की तथा दोनों ने स्वीकारा कि यह अति उच्चकोटि का शोध है, जो कोई विलक्षण गणितज्ञ ही कर सकता है। दोनों के बीच लंबे विचार विमर्श बाद रामानुजन् को कुशाग्र बुद्धि वाला विलक्षण गणितज्ञ करार दिया। साथ ही निश्चय कर रामानुजन् को तुरन्त इंग्लैण्ड बुलाया। इस प्रक्रिया के लिए प्रो० हार्डी ने एक अन्य गणितज्ञ प्रो० नेविले से बात कर समस्त जिम्मेदारी प्रो० नेविले पर डाली कि रामानुजन् को यथाशीघ्र लंदन बुलाया जाये, तदोपरान्त दिनांक 17 मार्च 1914 को रामानुजन् भारत से लंदन के लिए समुद्री जहाज से निकल पड़े तथा 14 अप्रैल 1914 को वे लंदन पहुंच गये। वहाँ केंब्रिज में रामानुजन् ने चार बहुमूल्य वर्ष बिताये। स्वयं प्रो० हार्डी ने स्वीकारा कि 1914 से 1918 तक रामानुजन् के साथ व्यतीत किया गया समय उनके लिए स्वर्णिम काल था, जिससे इस काल में विश्व रामानुजन् की गणित के विलक्षण मेधा से रूबरू हुआ। केंब्रिज विश्वविद्यालय ने 1916 में शोध कार्य हेतु रामानुजन् को बी० ए० की डिग्री प्रदान की। इस दौरान रामानुजन् ने 27 शोध पत्र प्रकाशित किये जिसमें 07 शोध पत्र प्रो० हार्डी के साथ थे। इसी वर्ष वे पहले भारतीय बनें जिन्हें रॉयल सोसाइटी एवं त्रिनिटी कॉलेज ने अपना साथी (फेलो) चुना, यह रामानुजन् के साथ देश के लिए गर्व की बात थी। विदेश में इस तरह सम्मान प्राप्त करने के उपरान्त, मद्रास विश्वविद्यालय ने 1919 में बिना शर्त 250 डालर प्रतिवर्ष के हिसाब से पांच वर्षों के लिए स्थाई भत्ता देने की घोषणा की, जो उन्हें विदेश से मिलने की समय सीमा समाप्त होने के उपरान्त दिया जाना निश्चित किया गया। साथ ही मद्रास विश्वविद्यालय ने रामानुजन् के लिए प्रोफेसर का पद सृजित किया, पर ईश्वर को यह मन्जूर नहीं था।

## निष्कर्ष

अपने लंदन के अन्तिम प्रवास के दौरान शनै—शनै उनका स्वास्थ्य बिगड़ने लगा क्योंकि स्वास्थ्य को लेकर रामानुजन् पहले से ही कई बीमारियों से ग्रस्त रहे, जिस वजह से 1907 से 1912 तक उनका समय अस्वस्थता एवं अवसाद के चलते आर्थिक तंगी से गुजरा था। पुनः 1917 के मध्य लंदन में रामानुजन् गंभीर बीमारी से ग्रस्त हो गये, इस वजह से उन्हें केंब्रिज के एक अस्पताल में दाखिल करवाना पड़ा। वहाँ उनके स्वास्थ्य में कोई महत्वपूर्ण सुधार नहीं हो रहा था, उस वजह से वे पुनः अवसाद से ग्रस्त थे, इसलिए एक दिन प्रो० हार्डी उनसे मिलने आये तथा उनको खुश करने के लिए उन्होंने रामानुजन् से अपनी टैक्सी का नं० 1729 बताया जिससे वे आये थे, उन्होंने कहा मुझे यह संख्या नीरस प्रतीत होती है, मुझे इस बात से डर लग रहा है कि यह तुम्हारे लिए ठीक नहीं, रामानुजन् ने उस समय कुशाग्र बुद्धि से त्वरित उत्तर देते हुए कहा यह एक रोचक न्यूनतम संख्या है

जिसको दो तरह से, दो संख्याओं के घन के योग के रूप में लिखा जा सकता है, उदाहरणतः  $1^3+12^3=1729=9^3+10^3$  चूंकि रामानुजन् संख्याओं से खेलते थे, इस वजह से उनको पुनः खुश करने के लिए प्रो0 हार्डी ने कहा, इस सूत्र को संख्याओं की चतुर्थ घात में व्यक्त कर बता सकते हो? तुरन्त रामानुजन् ने कहा ऐसा करने पर प्रथम संख्या बड़ी होगी उदाहरणतः रामानुजन् द्वारा दिया गया सूत्र  $k^4+ख^4=ग^4+घ^4$ , इस आधार पर संख्याओं का प्रयोग कर उदाहरणतः लिखा  $59^4+158^4=635318657=133^4+138^4$ । यहाँ यह उल्लेखनीय है कि रामानुजन् बचपन से संख्याओं से इस तरह खेलते थे जैसे बच्चा खिलौनों से खेलता है, इसलिए प्रो0 हार्डी ने अस्पताल में रामानुजन् को अवसाद से बाहर लाने के लिए उक्त संख्याओं का जिक्र किया जो आज तक अविस्मरणीय है। साथ ही प्रो0 हार्डी यह भी कहते हैं कि उनकी अस्वस्थता के बावजूद उनका मस्तिष्क अति कुशाग्र था।

अपने गिरते स्वास्थ्य के चलते अन्ततः सन् 1919 में वे भारत लौट आये यहां शनैः शनैः उनका स्वास्थ्य गिरता चला गया, उनकी पत्नी जानकी कहती हैं जब वे भारत लौटे, मैं हर पल उनके साथ रही, एक समय वे हाड़मांस जीर्ण शरीर की तरह लगने लगे, अन्ततः 26 अप्रैल 1920 को यह कुशाग्र मेधा दुनियां छोड़कर हम सबसे दूर हो गई, परन्तु आज भी भारतवर्ष को अपने सपूत पर गर्व है।

### संदर्भ

1. ब्रेंडिट, ब्रेस सी0(1939) रामानुजन् की पांडुलिपियां, अभिसारी श्रंखला का रामानुजन् का सिद्धान्त, पृ0 6, स्प्रिंगर-वर्ल्ड(एड0), मु0 पृ0 133-149। (<http://www.comms.scitech.susx.ac.uk/fft/math/ramanujanotebooks1.pdf>)
2. समेबिलिटी मेथेड्स-श्रीनिवास रामानुजन् ([http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ramanujan\\_Summation&oldid=555133011](http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Ramanujan_Summation&oldid=555133011))
3. दैनिक हिन्दू ([www.thehindu.com/features/metroplus/article884010.ece](http://www.thehindu.com/features/metroplus/article884010.ece))